

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Курс «Алгебра и начала математического анализа» является одним из наиболее значимых в про- грамме старшей школы, поскольку, с одной стороны, он обеспечивает инструментальную базу для изу- чения всех естественнонаучных курсов, а с другой стороны, формирует логическое и абстрактное мыш- ление учащихся на уровне, необходимом для освоения информатики, обществознания, истории, словес- ности и других дисциплин. В рамках данного курса учащиеся овладевают универсальным языком со- временной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Курс алгебры и начал математического анализа закладывает основу для успешного овладения за- конами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций развития экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их для дальнейшего образования и в повседневной жизни. В тоже время овладение аб- страктными и логически строгими конструкциями алгебры и математического анализа развивает уме- ние находить закономерности, обосновывать истинность, доказывать утверждения с помощью индук- ции и рассуждать дедуктивно, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление.

В ходе изучения курса «Алгебра и начала математического анализа» учащиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных си- туаций, интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерно- стей в природе, науке и искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Курс обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учеб- ный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учеб- ной деятельности, требующей продолжительной концентрации внимания, самостоятельности, аккурат- ности и ответственности за полученный результат.

В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения.

В структуре курса «Алгебра и начала математического анализа» можно выделить следующие со- держательно-методические линии: «Числа и вычисления», «Функции и графики», «Уравнения и нера- венства», «Начала математического анализа», «Множества и логика». Все основные содержательно- методические линии изучаются на протяжении двух лет обучения в старшей школе, естественно допол- няя друг друга и постепенно насыщаясь новыми темами и разделами. Можно с уверенностью сказать, что данный курс является интегративным, поскольку объединяет в себе содержание нескольких матема- тических дисциплин, таких как алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств, ма- тематическая логика и др. По мере того, как учащиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные при изучении курса, для решения самостоя- тельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать свой ответ.

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» завершает формирование навыков ис- пользования действительных чисел, которое было начато в основной школе. В старшей школе особое внимание уделяется формированию навыков рациональных вычислений, включающих в себя использо- вание различных форм записи числа, умение делать прикидку, выполнять приближённые вычисления, оценивать числовые выражения, работать с математическими константами. Знакомые учащимся множе- ства натуральных, целых, рациональных и действительных чисел дополняются множеством комплекс- ных чисел. В каждом из этих множеств рассматриваются свойственные ему специфические задачи и операции: деление нацело, оперирование остатками на множестве целых чисел; особые свойства рацио- нальных и иррациональных чисел; арифметические операции, а также извлечение корня натуральной степени на множестве комплексных чисел. Благодаря последовательному расширению круга использу- емых чисел и знакомству с возможностями их применения для решения различных задач формируется представление о единстве математики как науки и её роли в построении моделей реального мира; ши- роко используются обобщение и конкретизация.

Линия «Уравнения и неравенства» реализуется на протяжении всего обучения в старшей школе, поскольку в каждом разделе Программы предусмотрено решение соответствующих задач. В результате учащиеся овладевают различными методами решения рациональных, иррациональных, показательных,

логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и систем, а также задач, содержащих параметры. Полученные умения широко используются при исследовании функций с помощью произ- водной, при решении прикладных задач и задач на нахождение наибольших и наименьших значений функции. Данная содержательная линия включает в себя также формирование умений выполнять расчё- ты по формулам, преобразования рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений, а также выражений, содержащих степени и логарифмы. Благодаря изучению алгебраического материала происходит дальнейшее развитие алгоритмического и абстрактного мышления учащихся, формируются навыки дедуктивных рассуждений, работы с символьными формами, представления закономерностей и зависимостей в виде равенств и неравенств. Алгебра предлагает эффективные инструменты для реше- ния практических и естественнонаучных задач, наглядно демонстрирует свои возможности как языка науки.

Содержательно-методическая линия «Функции и графики» тесно переплетается с другими линия- ми курса, поскольку в каком-то смысле задаёт последовательность изучения материала. Изучение сте- пенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, ис- пользование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с математическим анализом, так и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал этой содержательной линии нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выражать зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Его изучение способствует развитию алгоритмическо- го мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Содержательная линия «Начала математического анализа» позволяет существенно расширить круг как математических, так и прикладных задач, доступных школьникам, так как у них появляется возможность строить графики сложных функций, определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объёмы тел, находить скорости и ускорения процессов. Данная содержа- тельная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, позволяет находить наилучшее решение в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально- логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления законов мате- матики в науке, технике и искусстве. Учащиеся узнают о выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и об их авторах.

Содержательно-методическая линия «Множества и логика» включает в себя элементы теории множеств и математической логики. Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы мате- матики и её приложений, они связывают разные математические дисциплины и их приложения в единое целое. Поэтому важно дать возможность школьнику понимать теоретико-множественный язык совре- менной математики и использовать его для выражения своих мыслей. Другим важным признаком мате- матики как науки следует признать свойственную ей строгость обоснований и следование определён- ным правилам построения доказательств. Знакомство с элементами математической логики способству- ет развитию логического мышления учащихся, позволяет им строить свои рассуждения на основе логи- ческих правил, формирует навыки критического мышления.

В курсе «Алгебра и начала математического анализа» присутствуют основы математического мо- делирования, которые призваны способствовать формированию навыков построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа, интер- претации полученных результатов. Такие задания вплетены в каждый из разделов Программы, посколь- ку весь материал курса широко используется для решения прикладных задач. При решении реальных практических задач учащиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстра- гироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему. Деятельность по форми- рованию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем курса «Алгеб- ра и начала математического анализа».

## МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

Согласно учебному плану в 10 —11 классах изучается учебный курс «Алгебра и начала математи- ческого анализа», который включает в себя следующие основные разделы содержания: «Числа и вычис-

ления», «Уравнения и неравенства», «Функции и графики», «Начала математического анализа», «Мно- жества и логика».

В Учебном плане на изучение углублённого курса алгебры и начал математического анализа в 10—11 классах отводится не менее 4 учебных часов в неделю в течение каждого года обучения, всего за два года обучения — не менее 280 учебных часов.

## ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «АЛГЕБРА И НАЧА- ЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»

Освоение учебного предмета «Алгебра и начала математического анализа» должно обеспечивать достижение на уровне среднего общего образования следующих личностных, метапредметных и пред- метных образовательных результатов:

## ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются: Гражданское воспитание:

сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодейство- вать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

Патриотическое воспитание:

сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и россий- ской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

Духовно-нравственное воспитание:

осознанием духовных ценностей российского народа; сформированностью нравственного созна- ния, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельно- стью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

Эстетическое воспитание:

эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искус- ства.

Физическое воспитание:

сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопас- ного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансирован- ный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

Трудовое воспитание:

готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профес- сиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознан- ный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и спо- собностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовно- стью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

Экологическое воспитание:

сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологиче- ских проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окру- жающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

Ценности научного познания:

сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

## МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характери- зуются овладением *универсальными* ***познавательными*** *действиями, универсальными* ***коммуникатив- ными*** *действиями, универсальными* ***регулятивными*** *действиями.*

1. *Универсальные* ***познавательные*** *действия, обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся* (*освоение методов познания окружающего мира*; *применение логических, ис- следовательских операций, умений работать с информацией*).

Базовые логические действия:

* выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отно- шений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
* воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
* выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
* делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
* проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от против- ного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
* выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

* использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргу- ментировать свою позицию, мнение;
* проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению осо- бенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
* самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
* прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

* выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
* выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и ин- терпретировать информацию различных видов и форм представления;
* структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графиче-

ски;

* оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

1. *Универсальные* ***коммуникативные*** *действия, обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся*.

Общение:

* + воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
  + в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой за- дачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями дру- гих участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулиро- вать разногласия, свои возражения;
  + представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учетом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

* + понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной рабо- ты, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
  + участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и т.п.); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оце- нивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаи- модействия.

1. *Универсальные* ***регулятивные*** *действия, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

Самоорганизация:

* + составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ре- сурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

* + владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мысли- тельных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и резуль- тата решения математической задачи;
  + предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;
  + оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недо- стижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

**ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

# класс

## Числа и вычисления

* + Свободно оперировать понятиями: рациональное число, бесконечная периодическая дробь, про- центы; иррациональное число; множества рациональных и действительных чисел; модуль дей- ствительного числа.
  + Применять дроби и проценты для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.
  + Применять приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вы- числений.
  + Свободно оперировать понятием: степень с целым показателем; использовать подходящую фор- му записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.
  + Свободно оперировать понятием: арифметический корень натуральной степени.
  + Свободно оперировать понятием: степень с рациональным показателем.
  + Свободно оперировать понятиями: логарифм числа; десятичные и натуральные логарифмы.
  + Свободно оперировать понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента.
  + Оперировать понятиями: арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

## Уравнения и неравенства

* + Свободно оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, равносильные уравнения и уравнения-следствия; равносильные неравенства.
  + Применять различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений; при- менять метод интервалов для решения неравенств.
  + Свободно оперировать понятиями: многочлен от одной переменной; многочлен с целыми коэф- фициентами, корни многочлена; применять деление многочлена на многочлен с остатком, тео- рему Безу и теорему Виета для решения задач.
  + Свободно оперировать понятиями: система линейных уравнений, матрица, определитель матри- цы 2 × 2 и его геометрический смысл; использовать свойства определителя 2 × 2 для вычисления его значения, применять определители для решения системы линейных уравнений; моделировать реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений, исследовать построенные модели с помощью матриц и определителей, интерпретировать полученный результат.
  + Использовать свойства действий с корнями для преобразования выражений.
  + Выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показа- телем.
  + Использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений.
  + Свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические уравне- ния; находить их решения с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку кор- ней.
  + Применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений.
  + Свободно оперировать понятием: тригонометрическое уравнение; применять необходимые фор- мулы для решения основных типов тригонометрических уравнений.
  + Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравен- ства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

## Функции и графики

* + Свободно оперировать понятиями: функция, способы задания функции; взаимно обратные функ- ции, композиция функций; график функции; выполнять элементарные преобразования графиков функций.
  + Свободно оперировать понятиями: область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства.
  + Свободно оперировать понятиями: чётные и нечётные функции, периодические функции, про- межутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.
  + Свободно оперировать понятиями: степенная функция с натуральным и целым показателем, гра- фик степенной функции с натуральным и целым показателем; график корня *n*-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем.
  + Оперировать понятиями: линейная, квадратичная и дробно-линейная функции; выполнять эле- ментарное исследование и построение их графиков.
  + Свободно оперировать понятиями: показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики; использовать их графики для решения уравнений.
  + Свободно оперировать понятиями: тригонометрическая окружность, определение тригонометри- ческих функций числового аргумента.
  + Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни; выражать формулами зависимости между вели- чинами.

## Начала математического анализа

* + Свободно оперировать понятиями: арифметическая и геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; линейный и экспоненциальный рост, формула сложных процентов; иметь преставление о константе *е*.
  + Использовать прогрессии для решения реальных задач прикладного характера.
  + Свободно оперировать понятиями: последовательность, способы задания последовательностей, монотонные и ограниченные последовательности; понимать основы зарождения математическо- го анализа как анализа бесконечно малых.
  + Свободно оперировать понятиями: непрерывные функции; точки разрыва графика функции; асимптоты графика функции.
  + Свободно оперировать понятием: функция, непрерывная на отрезке; применять свойства непре- рывных функций для решения задач.
  + Свободно оперировать понятиями: первая и вторая производные функции, касательная к графику функции.
  + Вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции двух функций; знать производные элементарных функций.
  + Использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач.

## Множества и логика

* + Свободно оперировать понятиями: множество, операции над множествами.
  + Использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.
  + Свободно оперировать понятиями: определение, теорема, уравнение-следствие, свойство мате- матического объекта, доказательство, равносильные уравнения и неравенства.

# класс

## Числа и вычисления

* + Свободно оперировать понятиями: натуральное и целое число, множества натуральных и целых чисел; использовать признаки делимости целых чисел, НОД и НОК натуральных чисел для ре- шения задач, применять алгоритм Евклида.
  + Свободно оперировать понятием остатка по модулю; записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления.
  + Свободно оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел; пред- ставлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме, выполнять арифме- тические операции с ними и изображать на координатной плоскости.

## Уравнения и неравенства

* + Свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические неравен- ства; находить их решения с помощью равносильных переходов.
  + Осуществлять отбор корней при решении тригонометрического уравнения.
  + Свободно оперировать понятием тригонометрическое неравенство; применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических неравенств.
  + Свободно оперировать понятиями: система и совокупность уравнений и неравенств; равносиль- ные системы и системы-следствия; находить решения системы и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств.
  + Решать рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства, содержащие модули и параметры.
  + Применять графические методы для решения уравнений и неравенств, а также задач с парамет- рами.
  + Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравен- ства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппа- рата алгебры, интерпретировать полученный результат.

## Функции и графики

* + Строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств ком- позиции двух функций.
  + Строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.
  + Свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций.
  + Применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

## Начала математического анализа

* + Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы.
  + Находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке.
  + Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе со- циально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.
  + Свободно оперировать понятиями: первообразная, определённый интеграл; находить первооб- разные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона―Лейбница.
  + Находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью интеграла.
  + Иметь представление о математическом моделировании на примере составления дифференци- альных уравнений.
  + Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)**

# класс

## Числа и вычисления

Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.

Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с дей- ствительными числами. Модуль действительного числа и его свойства. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.

Степень с целым показателем. Бином Ньютона. Использование подходящей формы записи дей- ствительных чисел для решения практических задач и представления данных.

Арифметический корень натуральной степени и его свойства.

Степень с рациональным показателем и её свойства; степень с действительным показателем. Логарифм числа. Свойства логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы.

Синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс чис- лового аргумента.

## Уравнения и неравенства

Тождества и тождественные преобразования. Уравнение, корень уравнения. Равносильные урав- нения и уравнения-следствия*.* Неравенство, решение неравенства.

Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств. Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Многочлены с це- лыми коэффициентами. Теорема Виета*.*

Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни. Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений. Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений.

Преобразование выражений, содержащих логарифмы.

Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений.

Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений. Реше- ние тригонометрических уравнений.

Решение систем линейных уравнений. Матрица системы линейных уравнений. Определитель мат- рицы 2×2, его геометрический смысл и свойства; вычисление его значения, применение определителя для решения системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений. Исследование построенной модели с помощью матриц и определителей.

Построение математических моделей реальной ситуации с помощью уравнений и неравенств. Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

## Функции и графики

Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций.

Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоян- ства. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Мак- симумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции. Элементарное исследование и построение их графиков.

Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня *n*-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. Использование графиков функций для решения уравнений.

Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумен-

та.

Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях. Графики реальных зависимостей.

## Начала математического анализа

Последовательности, способы задания последовательностей. Метод математической индукции. Монотонные и ограниченные последовательности. История возникновения математического анализа как анализа бесконечно малых.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрес- сия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Линейный и экспоненциальный рост. Число *е*. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач при- кладного характера.

Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва. Асимптоты графиков функций*.* Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения неравенств. Применение свойств не- прерывных функций для решения задач.

Первая и вторая производные функции. Определение, геометрический и физический смысл произ- водной. Уравнение касательной к графику функции.

Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и композиции функций.

## Множества и логика

Множество, операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера―Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Определение, теорема, свойство математического объекта, следствие, доказательство, равносиль- ные уравнения.

## класс

**Числа и вычисления**

Натуральные и целые числа. Применение признаков делимости целых чисел, НОД и НОК, остат- ков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах.

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными числами. Изображение комплексных чисел на координат- ной плоскости. Формула Муавра. Корни *n*-ой степени из комплексного числа. Применение комплекс- ных чисел для решения физических и геометрических задач.

## Уравнения и неравенства

Система и совокупность уравнений и неравенств. Равносильные системы и системы-следствия.

Равносильные неравенства.

Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности. Ре- шение тригонометрических неравенств.

Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств. Основные методы решения иррациональных неравенств.

Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показатель- ных и логарифмических уравнений.

Уравнения, неравенства и системы с параметрами.

Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различ- ных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов.

## Функции и графики

График композиции функций. Геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Графические методы решения уравнений и неравенств. Графические методы решения задач с па- раметрами.

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возника- ют при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

## Начала математического анализа

Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.

Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для опре- деления скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.

Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Пра- вила нахождения первообразных.

Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона―Лейбница.

Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел. Примеры решений дифференциальных уравнений*.* Математическое моделирование реальных про-

цессов с помощью дифференциальных уравнений.

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)**

# класс (140 часов)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Название раздела (количество ча-**  **сов)** | **Основное содержание раздела (темы)** | **Основные виды деятельности обуча- ющихся** |
| Множество дей- ствительных чисел. Многочлены. Раци- ональные уравне- ния и неравенства. Системы линейных уравнений  (28 ч) | Множество, операции над множе- ствами и их свойства. Диаграммы Эйлера―Венна. Применение тео- ретико-множественного аппарата для решения задач.  Рациональные числа. Обыкновен- ные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач.  Действительные числа. Рациональ- ные и иррациональные числа. Арифметические операции с дей- ствительными числами. Модуль действительного числа и его свой- ства. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.  Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств. Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Многочлены с целыми коэф- фициентами. Теорема Виета*.*  Решение систем линейных уравне- ний. Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы 2×2, его геометрический смысл и свойства; вычисление его значения; применение определителя для ре- шения системы линейных уравне- ний. Решение прикладных задач с помощью системы линейных урав- нений | **Использовать** теоретико-множественный аппарат для описания хода решения мате- матических задач, а также реальных про- цессов и явлений.  **Оперировать понятиями**: рациональное число, бесконечная периодическая дробь, проценты; иррациональное и действитель- ное число; модуль действительного числа; **использовать** эти понятия при проведении рассуждений и доказательств, **применять** дроби и проценты для решения приклад- ных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.  **Использовать** приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений.  **Применять** различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений; а также метод интервалов для решения неравенств.  **Оперировать понятиями:** многочлен от одной переменной, его корни; **применять** деление многочлена на многочлен с остат- ком, теорему Безу и теорему Виета для ре- шения задач.  **Оперировать понятиями**: система линей- ных уравнений, матрица, определитель матрицы.  **Использовать** свойства определителя 2×2 для вычисления его значения, **применять** определители для решения системы линей- ных уравнений.  **Моделировать** реальные ситуации с по- мощью системы линейных уравнений, **ис- следовать** построенные модели с помощью матриц и определителей, **интерпретиро-**  **вать** полученный результат |
| Функции и графи-  ки. Степенная | Функция, способы задания функции.  Взаимно обратные функции. Компо- | **Оперировать понятиями**: функция, спосо-  бы задания функции; взаимно обратные |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| функция с целым показателем  (12 ч) | зиция функций. График функции. Элементарные преобразования гра- фиков функций.  Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства.  Чётные и нечётные функции. Пери- одические функции. Промежутки монотонности функции. Максиму- мы и минимумы функции.  Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.  Линейная, квадратичная и дробно- линейная функции. Элементарное исследование и построение графи- ков этих функций.  Степень с целым показателем. Би- ном Ньютона.  Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график | функции, композиция функций, график функции, область определения и множество значений функции, нули функции, проме- жутки знакопостоянства; линейная, квадра- тичная, дробно-линейная и степенная функ- ции.  **Выполнять** элементарные преобразования графиков функций.  **Знать и уметь доказывать** чётность или нечётность функции, периодичность функ- ции, **находить** промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функ- ции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.  **Формулировать и иллюстрировать гра- фически** свойства линейной, квадратич- ной, дробно-линейной и степенной функ- ций.  **Выражать формулами** зависимости меж- ду величинами.  **Знать определение и свойства** степени с целым показателем; подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления дан- ных |
| Арифметический корень *n*-ой степе- ни. Иррациональ- ные уравнения  (18 ч) | Арифметический корень натураль- ной степени и его свойства.  Преобразования числовых выраже- ний, содержащих степени и корни. Иррациональные уравнения. Ос- новные методы решения иррацио- нальных уравнений. Равносильные переходы в решении иррациональ- ных уравнений.  Свойства и график корня *n*-ой сте- пени как функции обратной степе- ни с натуральным показателем | **Формулировать, записывать в символи- ческой форме** и использовать свойства корня *n*-ой степени для преобразования выражений.  **Находить решения** иррациональных урав- нений с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней.  **Строить** график функции корня *n*-ой сте- пени как обратной для функции степени с натуральным показателем |
| Показательная функция. Показа- тельные уравнения (10 ч) | Степень с рациональным показате- лем и её свойства.  Показательная функция, её свой- ства и график. Использование гра- фика функции для решения урав- нений.  Показательные уравнения. Основ- ные методы решения показатель- ных уравнений | **Формулировать определение** степени с рациональным показателем.  Выполнять преобразования числовых вы- ражений, содержащих степени с рацио- нальным показателем.  **Использовать цифровые ресурсы** для по- строения графика показательной функции и изучения её свойств.  **Находить решения** показательных урав- нений |
| Логарифмическая функция. Логариф- мические уравне- ния  (18 ч) | Логарифм числа. Свойства логариф- ма. Десятичные и натуральные лога- рифмы. Преобразование выражений, содержащих логарифмы.  Логарифмическая функция, её свой- ства и график. Использование гра- фика функции для решения уравне- ний. | **Давать определение** логарифма числа; де- сятичного и натурального логарифма. **Ис- пользовать** свойства логарифмов для пре- образования логарифмических выражений. **Строить** график логарифмической функ- ции как обратной к показательной и ис- пользовать свойства логарифмической  функции для решения задач. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Логарифмические уравнения. Ос- новные методы решения логариф- мических уравнений. Равносиль- ные переходы в решении логариф-  мических уравнений. | **Находить** решения логарифмических уравнений с помощью равносильных пере- ходов или осуществляя проверку корней |
| Тригонометрические выражения и урав- нения  (22 ч) | Синус, косинус, тангенс и котан- генс числового аргумента. Аркси- нус, арккосинус и арктангенс чис- лового аргумента.  Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.  Основные тригонометрические  формулы. Преобразование триго- нометрических выражений. Реше- ние тригонометрических уравнений | **Давать определения** синуса, косинуса, тангенса и котангенса числового аргумен- та; а также арксинуса, арккосинуса и арк- тангенса числа.  **Применять** основные тригонометрические формулы для преобразования тригономет- рических выражений.  **Применять** формулы тригонометрии для решения основных типов тригонометриче- ских уравнений |
| Последовательности и прогрессии  (10 ч) | Последовательности, способы за- дания последовательностей. Метод математической индукции. Моно-  тонные и ограниченные последова- тельности. История анализа беско- нечно малых.  Арифметическая и геометрическая прогрессии.  Бесконечно убывающая геометри- ческая прогрессия. Сумма беско- нечно убывающей геометрической прогрессии. Линейный и экспонен- циальный рост. Число *е*.  Формула сложных процентов. Ис- пользование прогрессии для реше- ния реальных задач прикладного характера | **Оперировать понятиями:** последователь- ность, способы задания последовательно- стей; монотонные и ограниченные после- довательности; **исследовать** последова- тельности на монотонность и ограничен- ность.  Получать представление об основных иде- ях анализа бесконечно малых.  **Давать определение** арифметической и геометрической прогрессии.  **Доказывать** свойства арифметической и геометрической прогрессии, находить сум- му членов прогрессии, а также сумму чле- нов бесконечно убывающей геометриче- ской прогрессии.  **Использовать** прогрессии для решения задач прикладного характер.  **Применять** формулу сложных процентов для решения задач из реальной практики |
| Непрерывные функции. Произ- водная  (20 ч) | Непрерывные функции и их свой- ства. Точка разрыва. Асимптоты графиков функций*.* Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения не- равенств. Применение свойств не- прерывных функций для решения задач.  Первая и вторая производные функции. Определение, геометри- ческий и физический смысл произ- водной. Уравнение касательной к графику функции.  Производные элементарных функ- ций. Производная суммы, произве- дения, частного и композиции  функций | **Оперировать понятиями**: функция непре- рывная на отрезке, точка разрыва функции, асимптота графика функции.  **Применять** свойства непрерывных функ- ций для решения задач.  **Оперировать понятиями**: первая и вторая производные функции; понимать физиче- ский и геометрический смысл производ- ной; записывать уравнение касательной.  **Вычислять** производные суммы, произве- дения, частного и сложной функции.  **Изучать** производные элементарных функций.  **Использовать** геометрический и физиче- ский смысл производной для решения за- дач |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Повторение, обоб- щение, системати- зация знаний (2 ч) | Основные понятия курса алгебры и начал математического анализа 10 класса, обобщение и систематиза- ция знаний | **Применять** основные понятия курса ал- гебры и начал математического анализа для решения задач из реальной жизни и других школьных предметов |

1. **класс (140 часов)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Название раздела (количество ча- сов)** | **Основное содержание раздела (темы)** | **Основные виды деятельности обучаю- щихся** |
| Исследование функций с помо- щью производной (24 ч) | Применение производной к иссле- дованию функций на монотон- ность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего зна- чения непрерывной функции на отрезке.  Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для опре- деления скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.  Композиция функций. Геометри- ческие образы уравнений и нера- венств на координатной плоскости | **Строить** график композиции функций с по- мощью элементарного исследования и свойств композиции.  **Строить** геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.  **Использовать** производную для исследова- ния функции на монотонность и экстремумы; **находить** наибольшее и наименьшее значе- ния функции непрерывной на отрезке; С**троить** графики функций на основании проведённого исследования.  **Использовать** производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.  **Получать представление** о применении производной в различных отраслях знаний |
| Первообразная и интеграл  (12 ч) | Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных.  Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Вычисление опреде- лённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.  Применение интеграла для нахож- дения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел.  Примеры решений дифференци- альных уравнений*.* | **Оперировать понятиями:** первообразная и определенный интеграл. **Находить** первооб- разные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона – Лейбница.  **Находить** площади плоских фигур и объёмы тел с помощью определённого интеграла.  **Знакомиться** с математическим моделирова- нием на примере дифференциальных уравне- ний.  **Получать** представление о значении введе- ния понятия интеграла в развитии математи- ки |
| Графики тригоно- метрических функ- ций. Тригонометри- ческие неравенства (16 ч) | Тригонометрические функции, их свойства и графики.  Отбор корней тригонометриче- ских уравнений с помощью триго- нометрической окружности.  Решение тригонометрических не- равенств | **Использовать цифровые ресурсы** для по- строения графиков тригонометрических функции и изучения их свойств.  **Решать** тригонометрические уравнения и осуществлять отбор корней с помощью три- гонометрической окружности.  **Применять** формулы тригонометрии для решения основных типов тригонометриче- ских неравенств.  **Использовать цифровые ресурсы** для по- строения и исследования графиков функций |
| Иррациональные, показательные и ло-  гарифмические нера- | Основные методы решения пока- зательных и логарифмических не-  равенств. | **Применять** свойства показательной и лога- рифмической функций к решению показа-  тельных и логарифмических неравенств. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| венств (24 ч) | Основные методы решения ирра- циональных неравенств.  Графические методы решения ир- рациональных, показательных и  логарифмических уравнений и не- равенств | **Обосновать** равносильность переходов.  **Решать** иррациональные неравенства.  **Использовать** графические методы и свой- ства входящих в уравнение или неравенство функций для решения задачи |
| Комплексные числа (10 ч) | Комплексные числа. Алгебраиче- ская и тригонометрическая формы записи комплексного числа.  Арифметические операции с ком- плексными числами.  Изображение комплексных чисел на координатной плоскости.  Формула Муавра. Корни *n*-ой сте- пени из комплексного числа.  Применение комплексных чисел для решения физических и гео-  метрических задач | **Оперировать понятиями**: комплексное чис- ло и множество комплексных чисел.  **Представлять** комплексные числа в алгебра- ической и тригонометрической форме. **Вы- полнять** арифметические операции с ними. **Изображать** комплексные числа на коорди- натной плоскости.  **Применять** формулу Муавра и получать представление о корнях *n*-ой степени из ком- плексного числа. З**накомиться** с примерами применения комплексных чисел для решения  геометрических и физических задач |
| Натуральные и це- лые числа  (10 ч) | Натуральные и целые числа. Применение признаков делимости целых чисел, НОД и НОК, остат- ков по модулю, алгоритма Евкли- да для решения задач в целых чис- лах | **Оперировать понятиями**: натуральное и це- лое число, множество натуральных чисел.  **Использовать признаки** делимости целых чисел; остатки по модулю; НОД и НОК нату- ральных чисел; алгоритм Евклида для реше- ния задач.  **Записывать** натуральные числа в различных позиционных системах счисления |
| Системы рацио- нальных, иррацио- нальных показа- тельных и лога- рифмических урав- нений  (12 ч) | Система и совокупность уравнений. Равносильные системы и системы- следствия.  Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.  Применение уравнений, систем и неравенств к решению математи- ческих задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных ре- зультатов | **Оперировать понятиями**: система и сово- купность уравнений и неравенств; решение системы или совокупности; равносильные системы и системы-следствия.  **Находить** решения систем и совокупностей целых рациональных, иррациональных, пока- зательных и логарифмических уравнений и неравенств.  **Применять** системы уравнений к решению текстовых задач из различных областей зна- ний и реальной жизни; **интерпретировать** полученные решения.  **Использовать** цифровые ресурсы |
| Задачи с парамет- рами  (16 ч) | Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения, неравенства и системы с парамет- рами.  Построение и исследование мате- матических моделей реальных си- туаций с помощью уравнений, си- стем уравнений и неравенств с па- раметрами | **Выбирать** способ решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифми- ческих и тригонометрических уравнений и неравенств, содержащих модули и параметры **Применять** графические и аналитические методы для решения уравнений и неравенств с параметрами, а также исследование функ- ций методами математического анализа.  **Строить и исследовать** математические мо- дели реальных ситуаций с помощью уравне- ний, неравенств и систем с параметрами |
| Повторение, обоб- щение, системати- зация знаний (16 ч) | Основные понятия и методы кур- са, обобщение и систематизация знаний | **Моделировать** реальные ситуации на языке алгебры, **составлять** выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, **исследовать** построенные модели с исполь-  зованием аппарата алгебры. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | **Применять** функции для моделирования и исследования реальных процессов.  **Решать** прикладные задачи, в том числе со- циально-экономического и физического ха-  рактера, средствами алгебры и математиче- ского анализа |